

Aufgabe 10.1

Wir betrachten das folgende algorithmische Problem, welches zum Beispiel bei der Analyse von Spielen, wo es jeweils zwei mögliche Ausgänge gibt, auftritt.

Eingabe: Eine Folge $F = f_0, f_1, \dots, f_{n-1}$ der Länge n , deren Elemente alle aus der Menge $\{0, 1\}$ sind.

Ausgabe: Indizes $0 \leq a \leq b \leq n-1$, sodass für die Teilfolge $f_a, f_{a+1}, \dots, f_b$ die Anzahl der 1-en minus die Anzahl der 0-en so groß wie möglich wird.

Ein Beispiel für $n = 8$:

i	0	1	2	3	4	5	6	7
f_i	0	1	1	0	1	1	0	0

Für dieses Beispiel wäre $a = 1$ und $b = 5$ eine mögliche (hier sogar die einzig mögliche) Ausgabe. Im Allgemeinen kann es mehrere optimale Paare von Indizes a und b geben. Es genügt ein solches Paar auszugeben.

- (a) Beschreiben Sie kurz (Pseudocode reicht) einen Algorithmus, der obiges Problem möglichst effizient löst. Machen Sie dabei deutlich, was die grundlegende Idee ist, die Ihrem Algorithmus zugrunde liegt, und von welchen einschränkenden Voraussetzungen Sie evtl. ausgehen. (4 Punkte)
- (b) Implementieren Sie Ihren unter (a) beschriebenen Algorithmus als Methode in einer Klasse `ZeroOneBalance.java`. (3 Punkte)
- (c) Was ist die Laufzeit $T(n)$ im worst case Ihres Algorithmus in Abhängigkeit von der Länge n der Eingabefolge (O -Notation). (1 Punkt)

Aufgabe 10.2

Der Betrag einer ganzen Zahl, die in einer Variablen vom Typ `int` in Java gespeichert werden kann, kann nicht beliebig groß werden.

- (a) Was ist der größtmögliche Betrag, den eine ganze Zahl, die einer Variable vom Typ `int` gespeichert ist, haben kann? (1 Punkt)
- (b) Um in Java auch mit (zumindest prinzipiell) beliebig großen ganzen Zahlen rechnen zu können, gibt es die Klasse `BigInteger`. Bitte beachten: Damit Sie diese Klasse selbst nutzen können, müssen Sie am Anfang Ihrer eigenen Klasse die Zeile

`import java.math.*;`

einfügen. Schreiben Sie eine Klasse `AddBigNumbers.java`, die eine `main`-Methode enthält, in der zwei als Kommandozeilenparameter übergebene beliebig große ganze Zahlen addiert werden und die Summe auf dem Bildschirm ausgegeben wird. (2 Punkte)

Aufgabe 10.3

Zeigen Sie, dass für die Funktionen $f(n) = \sqrt[3]{n}$ und $g(n) = \sqrt{n} \log_2 n$ gilt, dass $f \in O(g)$ ist. (2 Punkte)
