Übungsaufgaben

(zum 12.4.2006)

Aufgabe 1:

Es seien folgende Mengen gegeben:
$A = \{m, o, p, e, d\}$, $B = \{a, u, t, o\}$ und $C = \{r, a, d\}$.

a) Bilden Sie die Mengen $A \cup B$, $A \cap B$, $C \setminus A$, $A \setminus C$, $(B \cap C) \setminus A$, $(C \cup B) \cap (A \cup C)$.
b) Leiten Sie aus den Ergebnissen eine allgemeingültige Gesetzmäßigkeit für Mengen ab. Begründen Sie Ihre Behauptung.

Aufgabe 2:

Die **symmetrische Differenz** zweier Mengen M, N ist wie folgt definiert:
$M \Delta N = \{x\colon (x \in M \text{ und } x \notin N) \text{ oder } (x \in N \text{ und } x \notin M)\} = (M \cap \overline{N}) \cup (N \cap \overline{M})$.
Verwenden Sie die Gesetze der Mengenalgebra, um zu beweisen, dass für beliebige Mengen M, N gilt: $M \Delta N = (M \cup N) \cap \overline{(M \cap N)}$.

Aufgabe 3:

Beweisen Sie oder widerlegen Sie (durch Angabe eines Gegenbeispiels) die folgende Behauptung:
Für beliebige Mengen $M_1, M_2, \ldots, M_n$ mit $M_1 \cap M_2 \cap \ldots \cap M_n = \varnothing$ existieren Indizes i und j in $\{1, 2, \ldots, n\}$, so dass gilt $M_i \cap M_j = \varnothing$.